

**9. ÉVFOLYAM FELADATAI**

1. Egy hajó 6 óra alatt ér le a folyón Budapestről Paksra, és 9 óra alatt ér vissza a folyón felfelé Paksról Budapestre. Mennyi idő alatt ér le egy tutaj Budapestről Paksra? (A hajó vízhez viszonyított sebessége a folyón lefelé és felfelé ugyanannyi, a tutaj sebessége pedig azonos a folyó sebességével.)
 2. Legyen az n olyan 6-nál nagyobb egész szám, amelyre az $n-1$ és az $n+1$ is prím. Bizonyítsuk be, hogy $n^2 \cdot (n^2 + 16)$ osztható 720-szal.
 3. Egy 7×7 -es táblázatba beírtuk az $1, 2, \dots, 49$ számokat a bal felső mezőből indulva egymás után balról jobbra soronként fentről lefelé haladva. Egy 3×3 nagyságú négyzettel lefedünk 9 mezőt minden lehetséges módon. Hány esetben lesz a lefedett mezőkön a számok összege négyzetszám?
 4. Egy kerek asztal körül hat személy ül, A, B, C, D, E és F valamilyen körüljárás szerint ebben a sorrendben. Az asztal körül nincs több szék. Mind a hatan egyszerre fölállnak, és átülnek egy-egy másik székre úgy, hogy senki sem ül vissza az eredeti helyére, és senki sem ül az eredeti helyével szomszédos székre. Hányféleképpen ülhet át a hat személy a fenti feltételek betartásával? (Különbözőnek tekintünk két ülésrendet, ha legalább egy személy különböző széken ül.)
 5. Egy osztály mindegyik tanulója úszik vagy kosarazik, esetleg mindkét sportot űzi. Lehetséges-e, hogy az osztályban több a lány, mint a fiú, ha tudjuk, hogy
 - a) az úszóknak és a kosarasoknak is 60%-a fiú;
 - b) az úszóknak 60%-a, a kosarasoknak 75%-a fiú?
 6. Az $ABCD$ négyzet BC oldalán vegyük fel az E belső pontot és rajzoljuk meg az $AFGE$ négyzetet úgy, hogy a két négyzet körüljárási iránya azonos legyen. Ezután rajzoljuk meg a $BHKE$ négyzetet úgy, hogy ennek a körüljárási iránya megegyezzen az előző két négyzet körüljárási irányával. Jelöljük O -val a $BHKE$ négyzet középpontját. Bizonyítsuk be, hogy az ODF háromszög $BHKE$ négyzettel nem közös részének területe az $ABCD$ négyzet területével egyenlő.
-